МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Бугульминский филиал

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования

«Казанский национальный исследовательский технологический университет»

Хакимова А.А.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Контрольная работа

3 семестр

Для бакалавриатов направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии» заочной формы обучения

Бугульма, 2021

Указания по выполнению контрольной работы

1. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы.

2. Задания выбираются согласно Приложению 1.

3. Титульный лист оформляется согласно образцу.

3. Работа оформляется в тетради в клетку (оформление решений производить аккуратно, с минимальным количеством исправлений, оставить поля для замечаний) или напечатанной на листах формата А4.

4. Правила оформления решения задач:

- располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя их номер

- перед решением каждой задачи выписывать полностью условие

-решение каждой задачи сопровождать объяснением и заканчивать ответом.

Задания 1-10. **Решить уравнение:**

1. $A_{n-2}^{3}=4\cdot A_{n-3}^{2}$

2. $C_{n+2}^{4}=5\cdot C_{n}^{3}$

3. $\dfrac{n}{A_{n}^{3}}=\dfrac{1}{12}$

4. $C_{n}^{4}-C_{n}^{3}=\dfrac{C_{n+1}^{4}}{2}$

5. $C_{n}^{5}+C_{n}^{6}=C_{n+1}^{6}$

6. $A_{n}^{4}+A_{n}^{2}=13\cdot A_{n}^{2}$

7. $A_{n}^{5}=20\cdot A_{n-2}^{3}$

8. $5\cdot C_{2n}^{n-1}=8\cdot C_{2n-1}^{n}$

9. $C_{n+3}^{5}+C_{n+3}^{4}=C_{n+4}^{5}$

10. $A_{n+1}^{3}=5\cdot n\cdot(n+1)$

Задание11. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наудачу выбирают 5 деталей. В скольких случаях среди них окажутся две бракованных детали?

Задание 12. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4.

Задание 13. В коробке имеются 30 лотерейных билетов, из которых 26 без выигрышей. Наудачу вынимают 4 билета. В скольких случаях среди них окажутся два выигрышных билета.

Задание 14. Из 30 студентов 20 имеют спортивные разряды. Наудачу выбирают трёх студентов. В скольких случаях все выбранные студенты не имеют спортивных разрядов?

Задание 15. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры. Сколько существует способов их набора, если абонент помнит только, что эти цифры нечётные и разные.

Задание 16. В скольких случаях при игре в "Спортлото" (угадывание 5 номеров из 36) будут правильно выбраны ровно 3 номера?

Задание 17. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 билета в театр, причём каждый может выиграть, только один билет. Сколькими способами можно разыграть билеты, чтобы среди обладателей билетов оказались два юноши и две девушки?

Задание 18. При наборе телефонного номера абонент забыл три последние цифры. Сколько существует способов их набора, если абонент помнит только, что цифры разные и среди них есть цифра 7?

Задание 19. На стеллаже в библиотеке стоят 15 учебников, причём пять среди них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу четыре учебника. В скольких случаях среди них окажутся два учебника в переплёте?

Задание 20. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры. Сколько существует способов их набора, если абонент помнит только, что одна цифра нечётная, а другая - чётная?

Задание 21. В урне 2 белых, 3 чёрных и 5 красных шаров. Наудачу (без возвращения) из урны вынимают три шара. Определить: **а)** сколько всего существует способов выбора? **б)** в скольких случаях все вынутые шары имеют разный цвет? **в)** в скольких случаях все вынутые шары имеют один цвет?

Задание 22. В городе находятся 15 продовольственных и 5 непродовольственных магазинов. Наудачу для приватизации были отобраны три магазина. Определить: **а)** сколько всего существует

способов отбора? **б)** в скольких случаях среди отобранных будут только непродовольственные магазины? **в)** в скольких случаях среди отобранных будет не менее двух продовольственных магазинов?

Задание 23. В магазине имеются 10 женских и 6 мужских шуб. Для анализа качества отобраны наудачу три шубы. Определить: **а)** сколько всего существует способов отбора? **б)** в скольких случаях среди них окажется две женские шубы и одна мужская шуба? **в)** в скольких случаях среди них окажутся только мужские или только женские шубы?

Задание 24. Магазин получил продукцию в ящиках с четырёх оптовых складов: четыре - с первого, пять - со второго, семь - с третьего и четыре - с четвёртого. Наудачу для продажи выбраны два ящика. Определить: **а)** сколько всего существует способов выбора? **б)** в скольких случаях среди них окажутся только ящики с первого склада или только ящики с третьего склада? **в)** в скольких случаях среди них окажутся по одному ящику со второго и четвёртого складов?

Задание 25. В коробке 5 красных, 3 зелёных и 2 синих карандаша. Наудачу извлекают три карандаша. Определить: **а)** сколько всего существует способов извлечения? **б)** в скольких случаях среди них окажется один синий карандаш? **в)** в скольких случаях среди извлечённых карандашей в точности два одного цвета?

Задание 26. Из колоды в 36 карт извлекают наудачу 4 карты. Определить: **а)** сколько всего существует способов выбора? **б)** в скольких случаях среди них окажется два туза? **в)** в скольких случаях среди них окажется дама и два короля?

Задание 27. Из партии, содержащей 10 изделий, среди которых 4 бракованных, наудачу извлекают три изделия для контроля. Определить, в скольких случаях среди них окажутся:

а) хотя бы одно бракованное изделие; **б)** все изделия бракованные; **в)** ровно два бракованных изделия.

Задание 28. В денежно-вещевой лотерее на каждые 1000 билетов приходится 12 денежных и 8 вещевых выигрышей. Наудачу приобретены три билета. Определить: **а)** сколько всего существует способов выбора? **б)** в скольких случаях среди приобретённых билетов окажется два выигрышных билета? **в)** в скольких случаях среди приобретённых билетов окажется два билета с денежным выигрышем и один билет с вещевым выигрышем?

Задание 29. В первой урне 5 красных, 3 белых и 2 чёрных шара. Во второй 3 белых и 2 чёрных шара. Из первой урны выбраны 2 шара, а из второй один. Определить: **а)** сколько всего существует способов выбора? **б)** в скольких случаях среди них окажутся все шары одного цвета? **в)** в скольких случаях среди них окажутся все шары разного цвета?

Задание 30. Собрание, на котором присутствует 15 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из трёх человек. Определить: **а)** сколько всего существует способов выбора? **б)** в скольких случаях среди них окажутся два мужчины и одна женщина? **в)** в скольких случаях среди них окажутся одни мужчины или одни женщины?

Задания 31-40. **Составить таблицы истинности для формул логики высказываний:**

31. **а)** $(\neg A \to \neg B) \to (B \to A)$, **б)** $(A \to B) \to ((C \vee A) \to (C \vee B))$.

32. **а)** $(\neg B \to \neg A) \to ((\neg B \to A) \to B)$, **б)** $(A \& B) \sim (\neg A \& C)$.

33. **а)** $((A \to B) \to A) \to A$, **б)** $(A \to (B \to C)) \sim \neg (B \to A)$.

34. **а)** $A \to (B \to (A \& B))$, **б)** $(\neg A \to \neg B) \sim (B \sim C)$.

35. **а)** $(A \& B) \vee (A \& \neg B)$, **б)** $(B \to C) \to ((A \vee B) \to (A \vee C))$.

36. **а)** $(A \to B) \vee (A \to (B \& A))$, **б)** $(A \to (B \& C)) \vee (\neg A \& B)$.

37. **а)** $(A \to B) \sim (\neg A \vee B)$, **б)** $(A \& B) \to (\neg A \& C)$.

38. **а)** $\neg B \& (A \to B) \to \neg A$, **б)** $(A \to B) \& (\neg (B \vee C))$.

39. **а)** $(\neg A \& B) \sim (A \vee B)$, **б)** $(A \to B) \to (C \to \neg A)$.

40. **а)** $\neg A \& (A \vee B) \to B$, **б)** $\neg (A \& C) \vee (A \sim B)$.

Задания 41-50. **Булеву функцию** $f(x_1, x_2, x_3)$**, заданную формулой логики высказываний записать:**

а) в виде формулы в СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной форме)

б) в виде формулы в СКНФ (совершенной конъюнктивной нормальной форме);

в) в виде формулы в минимальной ДНФ (методом минимизирующих карт).

41. $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \& x_2) \to (\neg x_2 \& x_3).$

42. $f(x_1, x_2, x_3) = (\neg x_1 \to \neg x_2) \sim (x_2 \sim x_3).$

43. $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \& x_3) \to (\neg x_1 \& x_2).$

44. $f(x_1, x_2, x_3) = \neg(x_1 \vee x_3) \& (x_1 \to x_2).$

45. $f(x_1, x_2, x_3) = (\neg x_1 \vee x_2) \& (x_1 \to x_3).$

46. $f(x_1, x_2, x_3) = ((x_1 \vee x_2) \& \neg x_3) \& (x_1 \vee x_3).$

47. $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \& \neg x_2) \vee (\neg x_1 \& x_3).$

48. $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee (\neg x_1 \& x_2) \vee (\neg x_2 \& x_3).$

49. $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \to (x_1 \vee x_2)) \to x_3.$

50. $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \to x_2) \& (x_2 \to x_1) \sim x_3.$

Задания 51-60. **Функция проводимости контактной схемы задана булевой функцией $f(x,y,z)$. Требуется по функции проводимости построить контактную схему и упростить её, используя метод минимизирующих карт. Изобразить исходную и упрощённую контактные схемы.**

51. $f(x,y,z)=(x\&((x\&\neg y)\vee y))\vee(x\&y\&z)$.

52. $f(x,y,z)=(x\&((x\&\neg y)\vee y))\vee((\neg z\&\neg y)\vee(\neg x\&y))$.

53. $f(x,y,z)=(y\&z)\vee(x\&\neg y)\vee(\neg x\&\neg y\&z)$.

54. $f(x,y,z)=((x\&\neg y)\vee y)\vee((\neg z\&\neg y)\vee(\neg x\&y))$.

55. $f(x,y,z)=(x\&y\&z)\vee(((\neg z\&\neg y)\vee(\neg x\&y))\&(z\vee y))$.

56. $f(x,y,z)=(x\&((x\&\neg y)\vee y))\vee(((\neg z\&\neg y)\vee(\neg x\&y))\&(z\vee y))$.

57. $f(x,y,z)=((x\&\neg y)\vee y)\vee(x\&y\&z)\vee(\neg x\&\neg y\&\neg z)$.

58. $f(x,y,z)=(x\&y\&z)\vee((\neg z\&\neg y)\vee(\neg x\&y))$.

59. $f(x,y,z)=(x\&((x\&\neg y)\vee y))\vee(x\&y)\vee(z\&y)$.

60. $f(x,y,z)=(x\&((\neg z\&\neg y)\vee(\neg x\&\neg y)))\vee(x\&y\&(z\vee y))$.

Задания 61-70. **Графы G_1 и G_2 заданы матрицами смежности $A(G_1)$, $A(G_2)$. Требуется: а) построить по матрицам смежности графы G_1, G_2 и изобразить их;**

б) найти граф $G_1 \cup G_2$, записать его матрицу смежности и изобразить его;

в) найти граф $G_1 \cap G_2$, записать его матрицу смежности и изобразить его.

61. $A(G_1)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

62. $A(G_1)=\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&1&1&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

63. $A(G_1)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&1&0&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}$

64. $A(G_1)=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\1&1&1&0\\0&1&1&1\\1&0&1&1\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

65. $A(G_1)=\begin{pmatrix}0&1&1&1\\1&0&1&0\\1&1&0&1\\1&0&1&1\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

66. $A(G_1)=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&1&0\\0&1&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&1\end{pmatrix}$

67. $A(G_1)=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\1&1&1&0\\0&1&1&1\\1&0&1&1\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}$

68. $A(G_1)=\begin{pmatrix}0&1&1&0\\1&1&0&1\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&1&1\\0&1&0\end{pmatrix}$

69. $A(G_1)=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&1\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}$

70. $A(G_1)=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$ $A(G_2)=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

Образец решения контрольных задач типового варианта.

Решение типовых примеров.

1-10. Решить уравнение: $A_n^5 = 30A_{n-2}^4$.

Решение. 1) Найдём область допустимых значений $ОДЗ$ неизвестной $n \in N$. Учитывая, что для числа размещений A_n^m $n \geq m$, находим $\begin{cases} n \geq 5 \\ n-2 \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \geq 5 \\ n \geq 6 \end{cases} \Rightarrow n \geq 6$. Таким образом $ОДЗ: n \geq 6$.

2) Найдём решение уравнения. Для этого преобразуем его, учитывая, что:

$$A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}, \qquad A_{n-2}^4 = \frac{(n-2)!}{(n-6)!}.$$

Получим: $\frac{n!}{(n-5)!} = 30\frac{(n-2)!}{(n-6)!} \Rightarrow \begin{bmatrix} (n-5)! = (n-6)!(n-5) \\ n! = (n-2)!(n-1)\cdot n \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{n(n-1)}{(n-5)} = 30 \Rightarrow n^2 - 31n + 150 = 0$.

Решая уравнение $n^2 - 31n + 150 = 0$, находим: $n_1 = 6 \in ОДЗ$, $n_2 = 25 \in ОДЗ$.

Ответ: $n_1 = 6$, $n_2 = 25$.

11-20. Сколько существует целых четырёхзначных чисел не делящихся на 5.

Решение. Четырёхзначное число, не делящееся на 5 – это число, которое не может начинаться с цифры 0 и не должно заканчиваться цифрами 0 или 5. Предполагается, что цифры в числе могут повторяться. Число n таких чисел, подсчитаем, используя правило произведения комбинаторики (представив образование числа как упорядоченный повторный выбор первой, второй, третьей и четвёртой цифр из множества цифр $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$). Первую цифру можно выбрать 9 способами, вторую – 10 способами, третью – 10 способами, четвёртую – 8 способами. Тогда по правилу произведения комбинаторики: $n = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 8 = 7200$.

Ответ: $n = 7200$.

21-30. В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти число способов их выбора, при котором среди них окажется:

а) 2 белых шара;

б) меньше чем 2 белых шара;

в) хотя бы один белый шар.

Решение. Подсчитаем число способов выбора n(A), n(B), n(C) благоприятствующих событиям A, B и C, соответственно.

а) Событие A означает, что среди вынутых шаров имеется 2 белых и 2 черных шара. Следовательно, благоприятствующими событию A являются всевозможные комбинации по 4 шара (двух белых и двух черных шаров). Их число n(A) находим по правилу произведения комбинаторики:

$$n(A) = C_6^2 \cdot C_5^2 = 15 \cdot 10 = 150.$$

б) Событие B состоит из двух несовместных событий: B_1={среди вынутых шаров один белый и три черных шара}, B_2={среди вынутых шаров нет ни одного белого шара, т.е. все четыре шара - черные}.

Следовательно, благоприятствующими событию B являются всевозможные комбинации по 4 шара (одного белого и трех черных или четырех черных шаров). Используя правила суммы и произведения комбинаторики находим:

$$n(B) = n(B_1) + n(B_2) = C_6^1 \cdot C_5^3 + C_6^0 \cdot C_5^4 = 6 \cdot 10 + 1 \cdot 5 = 65.$$

в) Событие C определяется словами «хотя бы один». Учитывая, что событие C состоит из четырех несовместных событий: C_1=={среди вынутых шаров - один белый и три черных}, C_2={среди вынутых шаров - два белых и два черных}, C_3={среди вынутых шаров - три белых и один черный}, C_4={среди вынутых шаров - четыре белых}, используя правила суммы и произведения комбинаторики находим:

$$n(C) = n(C_1) + n(C_2) + n(C_3) + n(C_4) = C_6^1 \cdot C_5^3 + C_6^2 \cdot C_5^2 + C_6^3 \cdot C_5^1 + C_6^4 \cdot C_5^0 = 325.$$

Прямое решение задачи, как видно, приводит к громоздким вычислениям. Проще сначала найти число способов выбора, благоприятных событию $\overline{C}$ ={среди вынутых шаров нет ни одного белого шара, все шары – черные}, а затем по формуле $n(C) = n - n(\overline{C})$ найти $n(C)$. Здесь $n = C_{11}^4 = 330$ - общее число способов выбора четырёх шаров. В этом случае $n(\overline{C}) = C_6^0 \cdot C_5^4 = 1 \cdot 5 = 5$. Тогда $n(C) = 330 - 5 = 325$.

Ответ: а) $n(A) = 150$**; б)** $n(B) = 65$ **в)** $n(C) = 325$**.**

31-40. Составить таблицы истинности для формул логики высказываний.

а) $F = (A \vee B) \sim (B \downarrow \overline{A})$

A	B	$C = A \vee B$	$\overline{A}$	$D = B \downarrow \overline{A}$	$F = C \sim D$
1	**1**	1	0	0	**0**
1	**0**	1	0	1	**1**
0	**1**	1	1	0	**0**
0	**0**	0	1	0	**1**

б) $F = (A \mid \overline{B}) \to (C \oplus \overline{AB})$

A	B	C	$\overline{B}$	$A \mid \overline{B}$	AB	$\overline{AB}$	$C \oplus \overline{AB}$	F
1	**1**	**1**	0	1	1	0	1	**1**
1	**1**	**0**	0	1	1	0	0	**0**
1	**0**	**1**	1	0	0	1	0	**1**
0	**1**	**1**	0	1	0	1	0	**0**
1	**0**	**0**	1	0	0	1	1	**1**
0	**1**	**0**	0	1	0	1	1	**1**
0	**0**	**1**	1	1	0	1	0	**0**
0	**0**	**0**	1	1	0	1	1	**1**

41-50. Булеву функцию, заданную формулой логики высказываний $f(X_1, X_2, X_3) = (x_1 \mid \bar{x}_2) \to (x_3 \oplus \overline{x_1 \,\&\, x_2})$ записать:

а) в виде формулы в СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной форме)

б) в виде формулы в СКНФ (совершенной конъюнктивной нормальной форме);

в) в виде формулы в минимальной ДНФ (методом минимизирующих карт).

Решение: Строим таблицу истинности формулы:

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	**1**	**1**	**1**
1	1	0	0
1	**0**	**1**	**1**
0	1	1	0
1	**0**	**0**	**1**
0	**1**	**0**	**1**
0	0	1	0
0	**0**	**0**	**1**

а) С помощью таблицы истинности записываем формулу в СДНФ**:**

$$f = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

б) С помощью таблицы истинности записываем формулу в СКНФ**:**

$$f = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \,\&\, (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \,\&\, (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3).$$

в) Для нахождения МДНФ:

1в) Построим карту метода ММК и отметим знаком $(+)$ строки, в которых соответствующие им конъюнкты входят в СДНФ, и знаком $(-)$ строки, в которых соответствующие им конъюнкты не входят в СДНФ.

$x_1^{\sigma_1}$	$x_2^{\sigma_2}$	$x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\, x_2^{\sigma_2}$	$x_1^{\sigma_1}\, x_3^{\sigma_3}$	$x_2^{\sigma_2}\, x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\, x_2^{\sigma_2}\, x_3^{\sigma_3}$	
1	1	1	11	11	11	111	+
1	1	0	11	10	10	110	-
1	0	1	10	11	01	101	+
0	1	1	01	01	11	011	-
1	0	0	10	10	00	100	+
0	1	0	01	00	10	010	+
0	0	1	00	01	01	001	-

0	0	0	00	00	00	000	+

2в) Строки, отмеченные знаком $(-)$ вычеркнем из таблицы. Получим:

$x_1^{\sigma_1}$	$x_2^{\sigma_2}$	$x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_2^{\sigma_2}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_3^{\sigma_3}$	$x_2^{\sigma_2}\ x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_2^{\sigma_2}\ x_3^{\sigma_3}$	
1	1	1	11	11	11	111	+
1	0	1	10	11	01	101	+
1	0	0	10	10	00	100	+
0	1	0	01	00	10	010	+
0	0	0	00	00	00	000	+

3в) Двигаясь по столбцам таблицы, вычеркнем из строк, отмеченных знаком $(+)$, все конъюнкты, совпадающие с конъюнктами вычеркнутых строк. Получим:

$x_1^{\sigma_1}$	$x_2^{\sigma_2}$	$x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_2^{\sigma_2}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_3^{\sigma_3}$	$x_2^{\sigma_2}\ x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_2^{\sigma_2}\ x_3^{\sigma_3}$	
				11		111	+
							-
			10	11		101	+
							-
			10		00	100	+
				00		010	+
							-
				00	00	000	+

4в) В каждой строке $(+)$ оставляем лишь клетки, отвечающие конъюнктам с наименьшим числом сомножителей, вычеркивая при этом все остальные клетки. Получим:

$x_1^{\sigma_1}$	$x_2^{\sigma_2}$	$x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_2^{\sigma_2}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_3^{\sigma_3}$	$x_2^{\sigma_2}\ x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}\ x_2^{\sigma_2}\ x_3^{\sigma_3}$	
				11			+
							-
			10	**11**			+
							-
			10		**00**		+
				00			+
							-

				00	**00**		+

5в) Из каждой строки (+) выбираем по одному из оставшихся конъюнктов и составляем из них всевозможные различные ДНФ. Получим: $x_1x_3 \vee x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$, $x_1x_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$, $x_1x_3 \vee x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3$.

6в) Из полученных ДНФ выбираем минимальную (их будет две): $f_{МДНФ1} = x_1x_3 \vee x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$, $f_{МДНФ2} = x_1x_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$.

Ответ: а) $f_{СДНФ} = x_1x_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$**;**

б) $f_{СКНФ} = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)\&(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)\&(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$**;**

в) $f_{МДНФ1} = x_1x_3 \vee x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$, $f_{МДНФ2} = x_1x_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3$.

51-60. Функция проводимости контактной схемы задана булевой функцией $f(x,y,z) = x \vee (\bar{x}\&y) \vee (\bar{y}\&z)$. Требуется по функции проводимости построить контактную схему и упростить её методом минимизирующих карт. Изобразить исходную и упрощённую контактные схемы.

Решение.

1) Записываем функцию в виде формулы в СДНФ.

Учитывая, что: $x = x \cdot 1 = x \cdot (y \vee \bar{y}) = xy \vee x\bar{y} = xy \cdot (z \vee \bar{z}) \vee x\bar{y} \cdot (z \vee \bar{z}) = xyz \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$,

$\bar{x}y = \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z}$, $\bar{y}z = x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$, получим:

$f_{СДНФ} = xyz \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z = xyz \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z$.

2) Находим методом ММК минимальную ДНФ.

$x_1^{\sigma_1}$	$x_2^{\sigma_2}$	$x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}x_2^{\sigma_2}$	$x_1^{\sigma_1}x_3^{\sigma_3}$	$x_2^{\sigma_2}x_3^{\sigma_3}$	$x_1^{\sigma_1}x_2^{\sigma_2}x_3^{\sigma_3}$	
1	**1**	**1**	11	11	11	111	+
1	**1**	0	11	10	10	110	+
1	0	**1**	10	11	01	101	+
0	**1**	**1**	01	01	11	011	+
1	0	0	10	10	00	100	+
0	**1**	0	01	00	10	010	+
0	0	**1**	00	01	01	001	+
0	0	0	00	00	00	000	-

Получим: $f_{МДНФ} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = x \vee y \vee z$.

3) Изображаем исходную и упрощённую контактные схемы.

Ответ: $f_{МДНФ} = x_1 \vee x_2 \vee x_3 = x \vee y \vee z$.

61-70. Графы G_1 и G_2 заданы матрицами смежности: $A(G_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A(G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Требуется:

а) изобразить графы G_1 и G_2, заданные матрицами смежности;

б) найти матрицу смежности графа $G_1 \cup G_2$ и изобразить его;

в) найти матрицу смежности графа $G_1 \cap G_2$ и изобразить его.

Решение.

а) Изображаем графы G_1 и G_2:

1а) Изображаем вершины графов: вершины изображаем точками v_i число которых совпадает с порядком матрицы смежности.

2а) Изображаем рёбра и дуги графов**:**

если $a_{ii} = 1$, то в вершине v_i строим петлю; если $a_{ij} = a_{ji} = 1$, то вершины v_i и v_j соединяем линией (ребром); если $\begin{cases} a_{ij} = 1 \\ a_{ji} = 0 \end{cases}$, то вершины v_i и v_j соединяем линией со стрелкой (дугой) в направлении $v_i \to v_j$;); если $\begin{cases} a_{ij} = 0 \\ a_{ji} = 1 \end{cases}$, то вершины v_i и v_j соединяем линией со стрелкой (дугой) в направлении $v_i \leftarrow v_j$.

б) Находим матрицу смежности графа $G_1 \cup G_2$ и изображаем его. Порядок матрицы $A(G_1 \cup G_2)$ равен максимальному из порядков матриц $A(G_1)$ и $A(G_2)$. Элементы a_{ij} матрицы $A(G_1 \cup G_2)$ определяются следующим образом: если $\begin{cases} a_{ij}^{G_1} = 1 \\ \text{или} \\ a_{ij}^{G_2} = 1 \end{cases}$, то $a_{ij} = 1$, если $\begin{cases} a_{ij}^{G_1} = 0 \\ \text{и} \\ a_{ij}^{G_2} = 0 \end{cases}$, то $a_{ij} = 0$. Тогда

$$A(G_1 \cup G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

в) Находим матрицу смежности графа $G_1 \cap G_2$ и изображаем его. Порядок матрицы $A(G_1 \cap G_2)$ равен минимальному из порядков матриц $A(G_1)$ и $A(G_2)$. Элементы a_{ij} матрицы $A(G_1 \cap G_2)$ определяются

следующим образом: если $\begin{cases} a_{ij}^{G_1} = 1 \\ \text{и} \\ a_{ij}^{G_2} = 1 \end{cases}$, то $a_{ij} = 1$, если $\begin{cases} a_{ij}^{G_1} = 0 \\ \text{или} \\ a_{ij}^{G_2} = 0 \end{cases}$, то $a_{ij} = 0$. Тогда

$$A(G_1 \cap G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $A(G_1 \cup G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A(G_1 \cap G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Приложение 1

Номера контрольных заданий по вариантам

№ варианта	Номера выполняемых заданий						
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	19	29	39	49	59	69
10	10	20	30	40	50	60	70
11	1	12	23	34	45	56	67
12	2	13	24	35	46	57	68
13	3	14	25	36	47	58	69
14	4	15	26	37	48	59	70
15	10	19	28	37	46	55	64
16	9	18	27	36	45	54	63
17	8	17	26	35	44	53	62
18	7	16	25	34	43	52	61
19	4	13	22	31	42	53	64
20	5	14	23	32	43	54	65
21	6	15	24	33	44	55	66
22	7	16	25	34	45	56	67
23	8	17	26	35	46	57	68
24	9	18	27	36	47	58	69
25	10	19	28	37	48	59	70
26	7	18	29	40	49	58	67
27	6	17	28	39	48	57	66
28	5	16	27	38	47	56	65
29	4	15	26	37	46	55	64
30	3	14	25	36	45	54	63