

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Бугульминский филиал

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования

«Казанский национальный исследовательский технологический университет»

Хакимова А.А.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Контрольная работа

*Для бакалавриатов направления 09.03.02 «Информационные
системы и технологии» заочной формы обучения*

Бугульма, 2024

Указания по выполнению контрольной работы

1. Номер варианта контрольной работы определяются двумя последними цифрами зачетной книжки.

2. Задания выбираются согласно Приложению 1.

3. Титульный лист оформляется согласно образцу.

3. Работа оформляется в тетради в клетку (оформление решений производить аккуратно, с минимальным количеством исправлений, оставить поля для замечаний) или напечатанной на листах формата А4.

4. Правила оформления решения задач:

- располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя их номер

- перед решением каждой задачи выписывать полностью условие задания

- решение каждого задания сопровождать объяснением и заканчивать ответом.

Ответить на теоретический вопрос объемом 1-2 страницы

Постановка задачи линейного программирования, формы, виды, двойственность

1. Что такое задача линейного программирования (ЗЛП) и какие ее основные компоненты?
2. Каковы основные формы записи задачи линейного программирования?
3. В чем различие между канонической и стандартной формами ЗЛП?
4. Что такое ограничение в задаче линейного программирования и какие виды ограничений существуют?
5. Объясните понятие целевой функции в ЗЛП.
6. Каковы основные этапы постановки задачи линейного программирования?
7. Что такое двойственная задача линейного программирования и как она связана с прямой задачей?
8. Какие преимущества дает использование двойственных задач?
9. Объясните теорему двойственности и ее значение в линейном программировании.
10. Какие существуют экономические интерпретации двойственной задачи?

Графический метод решения ЗЛП. Решение прямой и двойственной задач

11. В чем суть графического метода решения задачи линейного программирования?
12. Какие ограничения накладываются на задачи, решаемые графическим методом?
13. Как определить оптимальное решение ЗЛП графическим методом?
14. Как графически интерпретируется двойственная задача?
15. Объясните, как найти оптимальное решение двойственной задачи графически.
16. Какие трудности могут возникнуть при решении ЗЛП графическим методом?

Симплекс-метод

17. В чем заключается основная идея симплекс-метода?
18. Какие условия должны быть выполнены для применения симплекс-метода?
19. Какова роль базисных и небазисных переменных в симплекс-методе?
20. Объясните процесс построения симплекс-таблицы.
21. Какие критерии используются для выбора ведущего элемента в симплекс-методе?

22. Как определить, достигнуто ли оптимальное решение в симплекс-методе?
23. Какие существуют особенности симплекс-метода при решении вырожденных задач?

Метод искусственного базиса

24. Что такое метод искусственного базиса и для чего он используется?
25. Каковы основные этапы применения метода искусственного базиса?
26. В чем отличие между методом больших чисел и методом двух фаз в искусственном базисе?
27. Как метод искусственного базиса помогает в решении задач, не имеющих очевидного начального базисного решения?

Транспортная задача

28. Что такое транспортная задача и какова ее основная цель?
29. Какие существуют методы решения транспортной задачи?
30. В чем заключается метод потенциалов в решении транспортной задачи?

Матричные игры с седловой точкой

31. Что такое матричная игра и как определяется седловая точка в такой игре?
32. Как определить наличие седловой точки в матричной игре?
33. Какие стратегии называются чистыми в контексте матричных игр?

Матричные игры в смешанных стратегиях

34. В чем различие между чистыми и смешанными стратегиями в матричных играх?
35. Какова роль теоремы Нэша в теории игр?
36. Как определить оптимальные смешанные стратегии для игроков в матричной игре?

Моделирование систем массового обслуживания

37. Что такое система массового обслуживания и каковы ее основные компоненты?
38. Какие показатели эффективности используются для оценки систем массового обслуживания?
39. Каковы основные модели систем массового обслуживания и их применения?
40. Как моделируются очереди в системах массового обслуживания?

Практическая задача

Для изготовления различных изделий A и B используются три вида сырья. На производство единицы изделия A его требуется затратить: первого вида – a_1 кг, второго вида – a_2 кг, третьего вида – a_3 кг. На производство единицы изделия B требуется затратить: сырья первого вида – b_1 кг, второго – b_2 кг, третьего – b_3 кг. Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве p_1 кг, второго – p_2 кг, третьего – p_3 кг. Прибыль от реализации единицы готового изделия A составляет α руб., изделия B – β руб. Составить план производства изделий A и B , обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

1. Решить задачу: а) симплексным методом;

б) графическим методом.

2. Составить двойственную задачу. Используя решение исходной задачи, записать оптимальное решение двойственной задачи.

3. Дать экономическую интерпретацию прямой и двойственной задач.

	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	p_1	p_2	p_3	α	β
41.	16	8	5	4	6	9	784	552	567	6	4
42.	12	10	3	3	5	6	684	650	558	6	2
43.	8	6	4	3	6	9	862	864	945	3	2
44.	11	8	3	5	4	5	671	588	423	3	4
45.	15	11	9	4	5	10	1095	865	1080	3	2
46.	4	6	2	5	3	0	600	540	120	3	7
47.	6	5	3	3	10	12	714	910	948	3	9
48.	9	6	3	4	7	8	801	807	768	3	2
49.	3	4	3	5	8	11	453	616	627	1	3
50.	10	5	4	9	11	15	1870	1455	1815	7	9
51.	5	3	2	2	3	3	505	393	348	7	4
52.	7	6	1	3	3	2	1365	1245	650	6	5
53.	6	4	3	2	3	4	600	510	600	6	3
54.	5	4	3	3	3	4	750	631	720	5	6
55.	8	6	3	2	3	2	840	870	540	6	2
56.	3	3	2	2	3	5	273	300	380	4	5

57.	9	6	4	5	8	16	1431	1224	1256	3	2
58.	4	3	2	3	4	6	480	444	546	2	4
59.	4	3	3	3	4	5	540	393	450	5	6
60.	2	3	2	3	6	8	438	672	372	3	8
61.	20	15	14	28	9	1	780	465	546	10	7
62.	2	4	6	3	1	7	180	240	426	16	12
63.	11	13	12	21	15	3	735	741	822	3	5
64.	2	4	5	3	2	4	36	50	55	40	50
65.	9	15	15	27	15	3	603	705	840	6	11
66.	14	15	20	40	27	4	1200	1032	1096	5	13
67.	19	16	19	23	12	8	884	656	855	5	4
68.	13	13	11	23	15	1	598	494	572	2	3
69.	8	14	14	7	8	1	413	574	577	6	5
70.	12	4	3	4	4	12	300	120	252	3	4

Практическая задача

На четыре базы A_1, A_2, A_3, A_4 поступил однородный груз в следующем количестве: α_1 т – на базу A_1 ; α_2 т – на базу A_2 ; α_3 т – на базу A_3 ; α_4 т – на базу A_4 . Полученный груз требуется перевезти в пять пунктов: β_1 т – в пункт B_1 ; β_2 т – в пункт B_2 ; β_3 т – в пункт B_3 ; β_4 т – в пункт B_4 ; β_5 т – в пункт B_5 .

Расстояние между пунктами указаны в следующей таблице (матрице расстояний):

Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	α_1
A_2	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	α_2
A_3	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}	d_{35}	α_3
A_4	d_{41}	d_{42}	d_{43}	d_{44}	d_{45}	α_4
Потребности	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	

Стоимость перевозок пропорциональна количеству груза и расстоянию, на которое этот груз перевозится. Начальный опорный план найти тремя способами. Спланировать перевозки так, чтобы их общая стоимость была минимальной.

71.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	16	30	17	10	16	4
	A_2	30	27	26	9	23	6
	A_3	13	4	22	3	1	10
	A_4	3	1	5	4	24	10
	Потребности	7	7	7	7	2	
72.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	15	1	22	19	1	20
	A_2	21	18	11	4	3	20
	A_3	26	29	23	26	24	20
	A_4	21	20	3	19	27	20
	Потребности	19	19	19	19	4	
73.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	17	20	29	26	25	15
	A_2	3	4	5	15	24	15
	A_3	19	2	22	4	13	15
	A_4	20	27	1	17	19	15

	Потребности	11	11	11	11	16	
74.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	21	22	2	13	7	18
	A_2	27	10	4	24	9	12
	A_3	3	16	25	5	4	17
	A_4	28	11	17	10	29	13
	Потребности	8	8	8	8	28	
75.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	30	24	11	12	25	21
	A_2	26	4	29	20	24	19
	A_3	27	14	14	10	18	15
	A_4	6	14	28	8	2	25
	Потребности	15	15	15	15	20	
76.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	5	15	3	6	10	9
	A_2	23	8	13	27	12	11
	A_3	30	1	5	24	25	14
	A_4	8	26	7	28	9	16
	Потребности	8	9	13	8	12	
77.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	9	17	29	28	8	22
	A_2	13	21	27	16	29	13
	A_3	20	30	24	7	26	17
	A_4	11	19	30	6	2	18
	Потребности	7	7	7	7	42	
78.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	30	2	5	6	15	16
	A_2	5	29	9	5	7	15
	A_3	16	24	14	6	26	14
	A_4	13	28	4	25	8	15
	Потребности	6	6	13	20	15	
79.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	12	11	25	17	21	17
	A_2	22	18	14	8	1	14
	A_3	9	13	2	28	15	21
	A_4	26	21	3	4	27	43

	Потребности	19	22	23	17	14	
80.	Пункты отпра в ений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	2	24	4	2	3	28
	A_2	20	10	15	27	7	13
	A_3	15	15	12	25	19	15
	A_4	2	6	3	5	5	30
	Потребности	27	16	25	11	7	
81.	Пункты отпра в лений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	6	11	20	17	8	12
	A_2	1	25	3	18	17	17
	A_3	9	39	16	30	31	18
	A_4	23	15	4	3	28	13
	Потребности	10	8	12	14	14	
82.	Пункты отпра в лений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	7	10	16	27	19	17
	A_2	30	18	8	29	15	19
	A_3	3	18	28	19	13	11
	A_4	9	12	2	25	21	13
	Потребности	5	15	11	9	20	
83.	Пункты отпра в лений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	4	21	12	8	1	21
	A_2	20	8	25	15	23	21
	A_3	17	1	11	5	3	23
	A_4	23	10	24	6	5	23
	Потребности	22	22	22	11	11	
84.	Пункты отпра в лений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	5	3	24	10	25	24
	A_2	30	2	22	16	7	15
	A_3	30	24	27	29	10	16
	A_4	15	17	21	2	3	24
	Потребности	12	13	14	31	9	
85.	Пункты отпра в лений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	25	28	20	15	7	16
	A_2	27	5	11	23	10	10
	A_3	1	25	14	16	16	14
	A_4	8	6	4	16	18	20

	Потребности	7	8	4	11	30	
86.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	14	25	18	19	23	33
	A_2	2	17	16	24	2	25
	A_3	29	3	7	15	22	25
	A_4	5	20	17	23	10	17
	Потребности	33	11	11	11	34	
87.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	8	1	19	1	15	18
	A_2	8	27	30	7	7	23
	A_3	10	20	19	26	20	17
	A_4	18	28	25	7	22	22
	Потребности	21	21	9	9	20	
88.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	11	10	15	8	7	16
	A_2	12	14	29	20	20	15
	A_3	18	7	5	25	28	24
	A_4	24	4	30	24	26	15
	Потребности	15	15	15	15	10	
89.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	12	6	29	19	21	13
	A_2	14	3	30	10	10	27
	A_3	15	27	28	11	24	16
	A_4	1	23	25	15	13	14
	Потребности	14	14	14	14	14	
90.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	28	26	12	22	11	24
	A_2	20	23	25	22	9	27
	A_3	23	15	11	22	7	16
	A_4	1	26	10	11	19	13
	Потребности	16	16	16	16	16	
91.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	29	4	7	6	16	14
	A_2	21	13	25	21	7	14
	A_3	20	10	12	6	2	14
	A_4	17	7	4	6	19	18

	Потребности	12	12	12	12	12	
92.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	50	5	27	10	26	15
	A_2	7	17	18	21	28	25
	A_3	27	21	9	23	26	5
	A_4	1	13	17	23	7	15
	Потребности	7	8	13	12	20	
93.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	17	29	2	8	19	32
	A_2	14	8	25	15	21	8
	A_3	29	11	15	13	20	13
	A_4	27	15	19	8	14	27
	Потребности	15	15	15	15	20	
94.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	14	5	27	29	23	18
	A_2	17	7	16	19	2	14
	A_3	20	12	15	29	5	16
	A_4	14	24	18	7	13	12
	Потребности	8	11	11	9	21	
95.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	30	17	26	14	3	24
	A_2	18	14	27	6	20	8
	A_3	8	24	17	17	26	12
	A_4	1	18	21	16	12	16
	Потребности	11	11	11	11	16	
96.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	17	10	7	5	13	34
	A_2	12	28	25	9	10	18
	A_3	14	15	18	9	28	6
	A_4	25	16	21	12	8	12
	Потребности	10	10	10	10	30	
97.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	19	9	14	17	9	17
	A_2	4	21	27	8	29	17
	A_3	22	30	4	1	24	16
	A_4	10	22	8	5	27	10

	Потребности	9	9	9	9	24	
98.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	12	21	19	29	4	23
	A_2	27	13	22	19	4	23
	A_3	20	27	18	2	23	23
	A_4	30	12	3	20	24	23
	Потребности	22	22	22	22	4	
99.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	10	15	14	28	1	14
	A_2	16	7	30	8	29	14
	A_3	1	21	22	19	12	12
	A_4	8	25	28	5	19	16
	Потребности	11	11	11	8	15	
100.	Пункты отправлений	Пункты назначения					Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	A_1	17	16	15	29	9	25
	A_2	6	27	20	25	20	25
	A_3	6	15	12	8	14	15
	A_4	10	24	23	5	22	15
	Потребности	16	16	16	16	16	

Практическая задача

101. Рассмотрите матрицу выигрышей для игры:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Определите наличие седловой точки.
2. Найдите оптимальные стратегии для обоих игроков.

102. Рассмотрите матрицу выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Определите оптимальные смешанные стратегии для обоих игроков.

103. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Определите доминирующие стратегии и упростите матрицу.

104. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Используя метод смешанных стратегий, найдите оптимальные стратегии для игроков.

105. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Определите наличие седловой точки.
2. Если седловая точка отсутствует, найдите смешанные стратегии.

106. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите минимаксные стратегии для игроков.

107. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Определите оптимальные стратегии в смешанных стратегиях.

108. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Упростите матрицу, если возможно, и найдите оптимальные стратегии.

109. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные стратегии для игры с нулевой суммой.

110. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Проведите анализ доминирования и найдите оптимальные стратегии.

111. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные стратегии для игры в смешанных стратегиях.

112. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Определите наличие седловой точки и найдите оптимальные стратегии.

113. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные смешанные стратегии для игроков.

114. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Определите оптимальные пары стратегий.

115. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Решите игру графическим методом.

116. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Найдите седловую точку и оптимальные стратегии.

117. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Определите оптимальные смешанные стратегии для обоих игроков.

118. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Упростите матрицу и найдите оптимальные стратегии.

119. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

1. Найдите минимаксные стратегии для игроков.

120. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Проведите анализ доминирования и найдите оптимальные стратегии.

121. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные стратегии в смешанных стратегиях.

122. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Упростите матрицу и найдите оптимальные стратегии.

123. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные стратегии для игры с нулевой суммой.

124. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Проведите анализ доминирования и найдите оптимальные стратегии.

125. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные стратегии для игры в смешанных стратегиях.

126. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Определите наличие седловой точки и найдите оптимальные стратегии.

127. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Найдите оптимальные смешанные стратегии для игроков.

128. Матрица выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Определите оптимальные пары стратегий.

129. Рассмотрите следующую матрицу выигрышей для двух игроков:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Определите наличие седловой точки:

Найдите минимумы в строках и максимумы в столбцах.

Определите, есть ли седловая точка, и укажите ее координаты.

Если седловая точка отсутствует, найдите оптимальные смешанные стратегии:

Используйте метод минимаксов для нахождения оптимальных стратегий.

Постройте систему уравнений для определения вероятностей в смешанных стратегиях.

Решите систему для каждой из стратегий игроков.

Рассчитайте стоимость игры:

Определите ожидаемый выигрыш для каждого игрока при использовании найденных стратегий.

130. Рассмотрите следующую матрицу выигрышей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Анализ доминирования:

Проверьте строки и столбцы на наличие доминирующих стратегий.

Упростите матрицу, убрав доминируемые стратегии.

Определите оптимальные стратегии:

Если после упрощения осталась матрица 2x2, определите наличие седловой точки.

В случае отсутствия седловой точки, найдите оптимальные смешанные стратегии.

Проведите анализ методом графического решения:

Для двух игроков постройте графики выигрышей при различных стратегиях.

Определите точку пересечения графиков, которая представляет оптимальные смешанные стратегии.

Оценка устойчивости:

Проанализируйте, насколько устойчивы найденные стратегии к изменениям выигрышей в матрице.

Практическая задача

131. Станция технического обслуживания автомобилей работает с одной ремонтной линией. Количество прибывающих автомобилей в среднем составляет 10 машин в час, а время обслуживания одного автомобиля — 5 минут.
1. Рассчитайте вероятность отказа в обслуживании, если очередь не допускается.
 2. Определите среднее количество занятых каналов.
132. В аэропорту имеется три стойки регистрации. Средний поток пассажиров составляет 30 человек в час, время обслуживания одного пассажира — 4 минуты.
1. Рассчитайте вероятность того, что все стойки заняты.
 2. Определите среднее время ожидания в системе.
133. Касса в кинотеатре обслуживает клиентов со скоростью 12 человек в час, а поток клиентов составляет 15 человек в час. Очередь ограничена двумя людьми.
1. Определите вероятность того, что клиент не сможет встать в очередь.
 2. Найдите среднее количество клиентов в системе.
134. В кафе работает одна касса, обслуживающая клиентов со скоростью 20 человек в час. Поток клиентов составляет 18 человек в час.
1. Рассчитайте вероятность того, что в системе будет более двух клиентов.
 2. Определите среднее время пребывания клиента в системе.
135. В больнице есть отделение неотложной помощи с двумя уровнями приоритетов: обычные пациенты и пациенты с высоким приоритетом. Средний поток обычных пациентов — 8 в час, а пациентов с высоким приоритетом — 4 в час. Время обслуживания составляет 5 минут независимо от приоритета.
1. Рассчитайте вероятность того, что пациент с высоким приоритетом будет обслужен немедленно.
 2. Определите среднее время ожидания для пациентов с обычным приоритетом.

136. В банке работают четыре кассира. Поток клиентов составляет 40 человек в час, а среднее время обслуживания — 6 минут.
1. Определите вероятность того, что клиенту придется ждать.
 2. Найдите среднее количество клиентов в очереди.
137. Телефонная станция с двумя каналами имеет интенсивность вызовов 5 вызовов в минуту, а средняя продолжительность разговора — 2 минуты.
1. Определите вероятность отказа в обслуживании.
 2. Рассчитайте среднее количество занятых каналов.
138. Автосервис имеет две очереди: для обычных клиентов и для клиентов с подпиской. Средний поток обычных клиентов — 10 в час, а клиентов с подпиской — 5 в час. Максимальная длина очереди — 3 клиента.
1. Рассчитайте вероятность, что клиент с подпиской не сможет встать в очередь.
 2. Определите среднее время обслуживания для обычных клиентов.
139. В химчистке есть три типа обслуживания: срочное, обычное и эконом. Средний поток клиентов для каждого типа — 5, 10 и 15 клиентов в час соответственно. Время обслуживания: срочное — 10 минут, обычное — 15 минут, эконом — 20 минут.
1. Определите загруженность системы для каждого типа обслуживания.
 2. Рассчитайте среднее время пребывания клиента в системе для каждого типа.
140. Ресторан быстрого питания имеет две кассы. В часы пик поток клиентов составляет 30 человек в час, в обычное время — 15 человек в час. Среднее время обслуживания — 2 минуты.
1. Рассчитайте среднее количество клиентов в системе в часы пик.
 2. Определите среднее время ожидания клиента в обычное время.
141. В ИТ-службе компании имеются три уровня приоритета для заявок: критические, важные и обычные. Интенсивность потоков заявок — 5, 10 и 15 заявок в час соответственно. Время обработки — 20 минут.

1. Найдите вероятность немедленного обслуживания критической заявки.
 2. Определите среднее время ожидания для важных заявок.
142. Сеть быстрого питания имеет четыре кассы. Поток клиентов — 80 человек в час, среднее время обслуживания — 3 минуты. Очередь ограничена 6 людьми.
1. Рассчитайте вероятность, что клиент не сможет встать в очередь.
 2. Найдите среднее количество клиентов в очереди
143. В медицинском центре два уровня приоритета для пациентов: плановые и экстренные. Поток плановых пациентов — 20 в час, экстренных — 10 в час. Время обслуживания — 12 минут.
1. Определите вероятность немедленного обслуживания экстренного пациента.
 2. Рассчитайте среднее время ожидания для плановых пациентов.
144. Спортивный зал имеет две очереди: для членов клуба и гостей. Поток членов — 10 в час, гостей — 5 в час. Максимальная длина очереди для членов — 4 человека, для гостей — 2 человека.
1. Рассчитайте вероятность отказа для гостей.
 2. Определите среднее время ожидания для членов клуба.
145. Автозаправочная станция обслуживает поток автомобилей, который в утренние часы составляет 20 машин в час, а днем — 15 машин в час. Время обслуживания — 5 минут.
1. Рассчитайте среднее количество автомобилей в системе в утренние часы.
 2. Определите среднее время ожидания днем.
146. В банке работают пять кассиров. Поток клиентов составляет 75 человек в час, а среднее время обслуживания — 4 минуты.
1. Определите среднее количество клиентов в системе.
 2. Рассчитайте вероятность того, что клиенту придется ждать.
147. Супермаркет использует три кассы, которые работают с переменной загрузкой. В часы пик поток клиентов — 90 человек в час, в обычное время — 45 человек в час. Время обслуживания — 2 минуты.
1. Рассчитайте вероятность ожидания в очереди в часы пик.

2. Найдите среднее количество клиентов в системе в обычное время.
148. Служба доставки имеет три уровня приоритетов: стандартные заказы, срочные и экстренные. Поток заказов — 8, 6 и 4 в час соответственно. Время обработки — 30 минут.
1. Найдите вероятность отказа для экстренных заказов.
 2. Определите среднее время ожидания для срочных заказов.
149. Кинотеатр имеет четыре кассира. Поток клиентов составляет 60 человек в час, среднее время обслуживания — 4 минуты. Максимальная длина очереди — 5 человек.
1. Определите вероятность, что клиент не сможет встать в очередь.
 2. Рассчитайте среднее количество клиентов в системе.
150. Стоматологический кабинет принимает пациентов со скоростью 10 человек в час. Среднее время приема — 15 минут.
1. Рассчитайте среднее количество пациентов в очереди.
 2. Определите среднее время ожидания в системе.
151. Кафе имеет две кассы. В часы пик поток клиентов составляет 40 человек в час, в обычное время — 20 человек в час. Среднее время обслуживания — 3 минуты.
1. Рассчитайте среднее количество клиентов в системе в часы пик.
 2. Определите среднее время ожидания клиента в обычное время.
152. В химчистке есть три типа обслуживания: срочное, обычное и эконом. Средний поток клиентов для каждого типа — 6, 12 и 18 клиентов в час соответственно. Время обслуживания: срочное — 8 минут, обычное — 12 минут, эконом — 15 минут.
1. Определите загруженность системы для каждого типа обслуживания.
 2. Рассчитайте среднее время пребывания клиента в системе для каждого типа.
153. Автосервис имеет две линии: для обычных клиентов и клиентов с подпиской. Поток обычных клиентов — 15 в час, подписчиков — 10 в час. Максимальная длина очереди — 4 клиента.

1. Рассчитайте вероятность, что клиент с подпиской не сможет встать в очередь.
 2. Определите среднее время обслуживания для обычных клиентов.
154. Колл-центр с четырьмя операторами получает вызовы со скоростью 30 вызовов в минуту. Средняя продолжительность разговора — 3 минуты.
1. Определите вероятность отказа в обслуживании.
 2. Рассчитайте среднее количество занятых операторов.
155. В ресторане работает пять официантов. Поток клиентов составляет 50 человек в час, среднее время обслуживания — 5 минут.
1. Определите вероятность того, что клиенту придется ждать.
 2. Найдите среднее количество клиентов в очереди.
156. Служба такси имеет два уровня приоритетов: обычные заказы и срочные. Поток обычных заказов — 12 в час, срочных — 8 в час. Время обслуживания всех заказов — 10 минут.
1. Определите вероятность немедленного обслуживания срочного заказа.
 2. Рассчитайте среднее время ожидания для обычных заказов.
157. В кофейне одна касса обслуживает клиентов со скоростью 25 человек в час. Средний поток клиентов составляет 20 человек в час.
1. Найдите вероятность того, что в системе будет более трех клиентов.
 2. Рассчитайте среднее время пребывания клиента в системе.
158. В аптеке работает одна касса. Поток клиентов — 20 человек в час, время обслуживания одного клиента — 4 минуты. Максимальная длина очереди — 3 человека.
1. Рассчитайте вероятность того, что клиент не сможет встать в очередь.
 2. Определите среднее количество клиентов в системе.
159. Почтовое отделение имеет три окна для обслуживания клиентов. Средний поток посетителей составляет 45 человек в час, время обслуживания одного клиента — 3 минуты.
1. Определите вероятность того, что все окна заняты.

2. Найдите среднее время ожидания в системе.

160. Автомойка с одной линией обслуживания получает поток автомобилей со средней интенсивностью 8 машин в час. Среднее время обслуживания одного автомобиля составляет 6 минут.

1. Рассчитайте вероятность отказа в обслуживании.
2. Определите среднее количество машин в системе.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1**Номера контрольных заданий по вариантам**

№ варианта	№ заданий				
00	16	46	79	104	139
01	22	50	92	129	158
02	30	44	90	123	158
03	13	64	81	130	144
04	30	51	82	106	133
05	17	65	72	124	136
06	16	54	80	115	143
07	5	67	98	104	159
08	20	58	83	128	150
09	10	56	75	108	142
10	3	46	84	101	133
11	9	53	99	109	134
12	25	53	99	111	131
13	18	67	98	128	135
14	8	62	92	106	139
15	10	49	88	119	134
16	6	42	77	103	131
17	9	66	71	111	140
18	18	52	97	105	133
19	35	52	92	106	149
20	6	56	73	114	155
21	3	62	85	111	154
22	29	54	97	107	146
23	5	44	76	127	132
24	34	49	72	103	141

25	21	48	73	130	156
26	40	60	71	127	156
27	7	66	97	130	158
28	26	49	76	106	142
29	10	66	97	129	139
30	2	43	72	116	136
31	40	55	100	126	155
32	8	52	97	128	142
33	31	45	78	112	149
34	23	68	73	102	134
35	30	43	100	115	142
36	5	68	98	115	151
37	36	68	97	121	152
38	14	62	80	128	153
39	14	69	92	117	132
40	9	42	92	110	146
41	38	41	77	104	132
42	10	47	92	110	141
43	1	43	84	109	153
44	28	53	72	112	150
45	24	49	81	107	148
46	25	66	94	112	154
47	22	44	96	110	132
48	26	58	84	117	139
49	33	70	96	125	132
50	21	63	82	116	152
51	34	50	97	101	145

52	35	68	75	109	158
53	13	55	94	101	136
54	14	61	79	126	154
55	6	44	73	110	144
56	13	61	100	108	154
57	25	62	92	126	133
58	30	49	74	118	135
59	20	55	80	119	137
60	6	70	73	102	149
61	20	58	86	103	151
62	36	65	78	125	144
63	21	51	73	118	143
64	40	51	95	104	137
65	17	52	86	127	158
66	15	60	98	114	134
67	2	56	86	114	149
68	30	63	95	104	134
69	1	65	73	127	141
70	27	43	83	112	133
71	3	69	80	128	140
72	33	55	73	118	135
73	3	55	77	116	139
74	20	48	72	126	159
75	38	65	76	119	139
76	10	68	93	113	138
77	13	53	80	130	157
78	3	53	93	120	156

79	37	53	88	102	133
80	21	69	84	118	148
81	14	52	73	115	151
82	35	41	89	120	143
83	32	64	82	116	143
84	37	66	97	120	159
85	18	57	89	116	156
86	24	70	76	103	150
87	36	57	83	124	131
88	3	52	98	114	151
89	27	58	94	111	133
90	19	51	99	111	157
91	33	58	77	127	150
92	10	49	100	126	139
93	28	60	100	126	154
94	20	41	89	107	156
95	14	42	98	128	158
96	37	46	78	124	148
97	9	53	83	128	151
98	2	45	91	105	132
99	38	64	92	111	132

Перечень экзаменационных вопросов по дисциплине Исследование операций

Постановка задачи линейного программирования, формы, виды, двойственность

1. Что такое задача линейного программирования (ЗЛП)?
2. Какие основные компоненты входят в постановку задачи линейного программирования?
3. Объясните различие между канонической и стандартной формами задачи линейного программирования.
4. Каковы виды ограничений в задачах линейного программирования?
5. Что такое двойственная задача, и как она соотносится с прямой задачей?
6. Объясните экономический смысл двойственных переменных.
7. Как формулируется двойственная задача для заданной прямой задачи?
8. Какие существуют теоремы двойственности в линейном программировании?
9. Как интерпретируется решение двойственной задачи в контексте прямой задачи?
10. Каковы условия сильной двойственности?

Графический метод решения ЗЛП. Решение прямой и двойственной задач

11. Опишите графический метод решения задачи линейного программирования.
12. В каких случаях применим графический метод решения ЗЛП?
13. Как определить допустимую область в графическом методе?
14. Как найти оптимальное решение задачи линейного программирования графическим методом?
15. Приведите пример решения задачи линейного программирования графическим методом.
16. Как на графике определить наличие множества оптимальных решений?
17. Как решать двойственную задачу линейного программирования графическим методом?
18. Какие ограничения существуют для применения графического метода?

Симплекс-метод

19. Что такое симплекс-метод и в чем его основная идея?
20. Какие основные этапы включает симплекс-метод?
21. Что такое базисное и небазисное решение в симплекс-методе?

22. Каковы условия оптимальности в симплекс-методе?
23. Объясните процедуру перехода от одного базисного решения к другому в симплекс-методе.
24. Какие проблемы могут возникнуть при использовании симплекс-метода?
25. Как решается задача линейного программирования с использованием симплекс-метода?
26. Как симплекс-метод применяется для решения двойственной задачи?

Метод искусственного базиса

27. Что такое метод искусственного базиса?
28. В каких случаях применяется метод искусственного базиса?
29. Объясните процедуру введения искусственного базиса.
30. Каковы отличия метода искусственного базиса от симплекс-метода?
31. Каким образом метод искусственного базиса обеспечивает нахождение допустимого начального решения?

Транспортная задача

32. Что такое транспортная задача и как она формулируется?
33. Каковы основные методы решения транспортной задачи?
34. Объясните метод северо-западного угла при решении транспортной задачи.
35. Как применяется метод минимальной стоимости в транспортной задаче?
36. Что такое потенциалы в транспортной задаче и как они используются?
37. Как определить оптимальность решения транспортной задачи?
38. Какие условия должны выполняться для существования решения транспортной задачи?

Матричные игры с седловой точкой

39. Что такое матричная игра и как она формулируется?
40. Что такое седловая точка в матричной игре и как ее найти?
41. Как определить наличие седловой точки в матричной игре?
42. Каковы стратегии игроков в матричной игре с седловой точкой?

Матричные игры в смешанных стратегиях

43. Что такое смешанные стратегии в матричных играх?
44. Как определить оптимальные смешанные стратегии для игроков?
45. Каким образом используется метод минимаксов в матричных играх?
46. Объясните процесс нахождения смешанных стратегий в матричных играх.

Моделирование систем массового обслуживания

47. Что такое система массового обслуживания и как она моделируется?
48. Какие основные параметры используются для описания систем массового обслуживания?
49. Объясните концепцию очереди в системах массового обслуживания.
50. Каковы различия между системами с ожиданием и отказами?
51. Как применяется теория массового обслуживания для анализа реальных систем?
52. Что такое дисциплина обслуживания и как она влияет на модель?
53. Какие виды систем массового обслуживания существуют в зависимости от числа каналов и длины очереди?
54. Как рассчитать среднее время ожидания в системе массового обслуживания?

Критерии оценки экзамена

Виды работ	Минимальный балл	Максимальный балл
Ответ на 1 вопрос	9	15
Ответ на 2 вопрос	9	15
Ответ на 2 дополнительных вопроса	6	10
Итого:	24	40